

Inhalt

Einleitung	7
1. Aufgaben für einzelne Unterrichtsstunden	11
Daten und Häufigkeiten (Statistik)	11
Laura würfelt mit zwei Würfeln, Hannes würfelt mit zwei Würfeln, Die verflixte Sechs	12
In der Bäckerei, Im Zirkus	17
Entdeckungen am Abc (1) und (2)	20
Wetterbeobachtungen (1) und (2)	26
So alt können Bäume werden	29
Unsere Flüsse	32
Kombinatorik (Permutation, Variation, Kombination, kombinatorischer Aspekt der Multiplikation – Darstellungsformen)	35
Jans Eisenbahn (1) und (2), Julianes Eisenbahn	41
In der Bäckerei Bose	48
Farbiges Geschirr (1) und (2)	51
In der Gärtnerei	54
Waldfest der Tiere	56
Unterricht an der Zauberschule	58
Seltsame Tiere, Lustige Menschen	60
So viele Zahlen	70
Wahrscheinlichkeit (Zufall)	73
Eine Augenzahl gewinnt	75
Sicher, möglich, unmöglich	77
Der Kommissar und seine Socken	79
Murmeln ziehen	81
Plättchen ziehen	83
Meine Gewinnchancen	85
Das Wahrscheinlichkeitsbarometer	88
Anglerglück	92
Die Schatzkiste	94
2. Komplexe Aufgaben	96
Statistik, Wahrscheinlichkeit	
Ist es sicher, möglich oder gar unmöglich?	98
Alles nur Zufall?	100
Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit	
Karls Geburtstag	102
Ein Spiel mit farbigen Kärtchen, Ein Spiel mit Wendeplättchen, Ein Spiel mit farbigen Plättchen	104
Statistik, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit	
Sara und Lena würfeln, Anton und Max würfeln, Lisa und Karl würfeln, Paul, Olaf und Leon würfeln, Leo und Lina würfeln, Lara und Tom würfeln	109
Wir bilden zweistellige Zahlen	117
Zahlen legen	119
Farbige Kringel	122

Entdeckungen am Würfel	125
Entdeckungen am Quader	129
Spiele mit Kugeln	137
3. Projekte	139
Gesunde Ernährung	140
Im Straßenverkehr – Verkehrszählung	145
Im Straßenverkehr – Fahrradparcours	148
Unsere Hauptstadt Berlin – Berliner Zoo (Lageplan)	151
Unsere Hauptstadt Berlin – Berliner Zoo (Interessante Daten)	154
Schulfest – Glücksrad	161
Schulfest – Angelspiel	164
Schulfest – Würfelbude	167

Kopiervorlagenverzeichnis

Kopiervorlage 1: Laura würfelt mit zwei Würfeln	14
Kopiervorlage 2: Hannes würfelt mit zwei Würfeln	15
Kopiervorlage 3: Die verflixte Sechs	16
Kopiervorlage 4: In der Bäckerei	18
Kopiervorlage 5: Im Zirkus	19
Kopiervorlage 6 und 7: Entdeckungen am Abc (1) und (2)	22
Kopiervorlage 8: Eine Kuh, die saß im Schwalbennest	24
Kopiervorlage 9: Der Sperling und die Schulhof-Kinder	25
Kopiervorlage 10 und 11: Wetterbeobachtungen (1) und (2)	27
Kopiervorlage 12 und 13: So alt können Bäume werden	30
Kopiervorlage 14 und 15: Unsere Flüsse	33
Kopiervorlage 16 bis 18: Jans Eisenbahn (1) und (2)	43
Kopiervorlage 19 und 20: Julianes Eisenbahn	46
Kopiervorlage 21 und 22: In der Bäckerei Bose	49
Kopiervorlage 23 und 24: Farbige Geschirr (1) und (2)	52
Kopiervorlage 25: In der Gärtnerei	55
Kopiervorlage 26: Waldfest der Tiere	57
Kopiervorlage 27: Unterricht an der Zauberschule	59
Kopiervorlage 28 und 29: Seltsame Tiere	62
Kopiervorlage 30 und 31: Tierbilder zum Zerschneiden, Bastelvorlage für Tierwürfel	64
Kopiervorlage 32 und 33: Lustige Menschen	66
Kopiervorlage 34 und 35: Lustige Menschen-Bilder zum Zerschneiden, Bastelvorlage für Würfel	68
Kopiervorlage 36: So viele Zahlen	72
Kopiervorlage 37: Eine Augenzahl gewinnt	76
Kopiervorlage 38: Sicher, möglich, unmöglich	78
Kopiervorlage 39: Der Kommissar und seine Socken	80
Kopiervorlage 40: Murmeln ziehen	82
Kopiervorlage 41: Plättchen ziehen	84
Kopiervorlage 42 und 43: Meine Gewinnchancen	86
Kopiervorlage 44: Bastelvorlage: Wahrscheinlichkeitsbarometer	89
Kopiervorlage 45 und 46: Arbeitskarten zum Wahrscheinlichkeitsbarometer	90
Kopiervorlage 47: Anglerglück	93
Kopiervorlage 48: Die Schatzkiste	95
Kopiervorlage 49: Ist es sicher, möglich oder gar unmöglich?	99
Kopiervorlage 50: Alles nur Zufall?	101
Kopiervorlage 51: Karls Geburtstag	103
Kopiervorlage 52: Ein Spiel mit farbigen Kärtchen	106
Kopiervorlage 53: Ein Spiel mit Wendeplättchen	107
Kopiervorlage 54: Ein Spiel mit farbigen Plättchen	108
Kopiervorlage 55: Sara und Lena würfeln	111
Kopiervorlage 56: Anton und Max würfeln	112
Kopiervorlage 57: Lisa und Karl würfeln	113
Kopiervorlage 58: Paul, Olaf und Leon würfeln	114
Kopiervorlage 59: Leo und Lina würfeln	115
Kopiervorlage 60: Lara und Tom würfeln	116
Kopiervorlage 61: Wir bilden zweistellige Zahlen	118
Kopiervorlage 62 und 63: Zahlen legen	120
Kopiervorlage 64 und 65: Farbige Kringel	123
Kopiervorlage 66 und 67: Entdeckungen am Würfel	127

Kopiervorlage 68 und 69: Bauanleitung, Vorlage zum Ausschneiden für ein Quadermodell	132
Kopiervorlage 70 bis 72: Entdeckungen am Quader	134
Kopiervorlage 73: Spiele mit Kugeln.	138
Kopiervorlage 74 bis 76: Zuckergehalt von Lebensmitteln (1) und (2)	142
Kopiervorlage 77 und 78 : Verkehrszählung (1) und (2)	146
Kopiervorlage 79: Fahrradparcours.	150
Kopiervorlage 80: Im Berliner Zoo - Lageplan	153
Kopiervorlage 81: Fütterung der Tiere	156
Kopiervorlage 82: Kleine und große Tiere des Berliner Zoos.	157
Kopiervorlage 83: Leichte und schwere Tiere des Berliner Zoos	158
Kopiervorlage 84 und 85: Das Zoorestaurant (1) und (2)	159
Kopiervorlage 86 und 87: Bauanleitung, Vorlage zum Ausschneiden für ein Glücksrad	162
Kopiervorlage 88 und 89: Bauanleitung für das Angelspiel, Vorlage zum Ausschneiden der Fische.	165

Einleitung

Ideen für die Unterrichtsgestaltung zum Thema **Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit** jetzt auch für die Klassen 3 und 4.

Mit den Beispielen für die Jahrgänge 1 und 2 im ersten Teil dieser Reihe haben wir gezeigt, wie man Kinder auf sehr anschauliche Weise an diese Problematik heranführen kann. Immer wieder haben wir erlebt, dass die Kinder in diesen Stunden begeistert bei der Sache waren.

Wir möchten Ihnen, liebe Kollegin, lieber Kollege, gern von unseren Erfahrungen bei dieser Arbeit berichten und einige Vorschläge für die Unterrichtsgestaltung unterbreiten.

„Das war aber eine Mathestunde. Wir haben ja gar nicht richtig gerechnet. Wir haben geguckt, wie viele Möglichkeiten es gibt, wenn fünf Kinder sich auf fünf Stühle setzen sollen. Ich hätte nicht gedacht, dass es 120 verschiedene sind. Die Stunde war so schnell zu Ende. So müsste Mathe immer sein.“

Diese Äußerung von Anne-Katrin hat uns gefreut, denn insbesondere die Art der Aufgabenstellungen und die damit verbundenen Herangehensweisen bei der Bearbeitung wichen in dieser Stunde und in folgenden Stunden vom Gewohnten ab. Einige weitere Aussagen von Kindern mögen das verdeutlichen:

„Wir haben herausbekommen, zu welcher Zeit die meisten Autos an unserer Schule vorbeifahren. Dann haben wir dazu ein Diagramm gezeichnet.“

„Wir haben unsere Ostereier mit vier verschiedenen Farben angemalt. Jedes Kind bekommt ein Nest mit drei Eiern. Jedes Nest soll anders aussehen. Ob das wohl geht?“

„Wir haben immer wieder Spielkarten aus einem Stapel gezogen. Aber keiner weiß vorher, welche Karte er ziehen wird. Das ist Zufall.“

Es handelte sich in diesen Unterrichtsstunden um das Sammeln und Aufbereiten von Daten, um das Suchen nach Lösungen von kombinatorischen Aufgaben und um das Betrachten von

zufälligen Ereignissen. Erfahrungen auf diesem Gebiet sammeln die Kinder bereits im Vorschulalter und auch in den Klassen 1 und 2, wenn es z. B. um das Würfeln bei Spielen, das Austeilen von Spielkarten, das Kombinieren von Farben oder das Auswählen von Spielpartnern geht. (Wer spielt gegen wen? Wer hat gewonnen?)

Die dabei unbewusst gemachten Erfahrungen mit dem Zufall müssen wieder aufgegriffen, bewusst gemacht und zur Ausbildung entsprechender Denk- und Arbeitsweisen genutzt werden. Im Zusammenhang damit sind auch geeignete Möglichkeiten des Notierens zu erarbeiten.

Fragen wie

- War das Zufall?
 - Wie kann oder muss ich damit umgehen?
 - Kann ich dem Zufall etwas nachhelfen und meine Chancen verbessern?
 - Kann es im Mathematikunterricht auch passieren, dass ich statt **das ist richtig** oder **das ist falsch** auch mit **das ist möglich**, **das ist sicher** oder **das ist unmöglich** antworten darf?
 - Wie kann ich zeigen, dass meine Chance sehr groß oder vielleicht nur sehr klein ist?
 - Habe ich bei den Spielen nur Pech oder sind die Spielregeln so ungerecht, dass ich fast immer verlieren muss?
 - Gibt es (mathematische) Probleme, die mehr als eine Lösung haben?
 - Kann ich bei solchen Aufgaben durch Probieren herausfinden, welche und wie viele Lösungen es gibt?
 - Wie kann ich so viele Lösungen, Informationen oder Daten sammeln und übersichtlich darstellen?
 - Wie kann ich Tabellen, Diagramme und Schaubilder lesen und nutzen?
- sollten gestellt werden und Anlass zur Diskussion sein.

Mit diesen und weiteren Fragen befasst sich die **Stochastik**, unter der die Teilbereiche Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit zusammengefasst werden. Bereits ab Klasse 1 ist es, wie im ersten Band gezeigt, möglich – und auch notwendig – den Schülerinnen und Schülern erste Einsichten in die Existenz des Zufalls zu vermitteln und bei ihnen ein Verständnis dafür

zu entwickeln, dass viele zufällige Erscheinungen Gesetzmäßigkeiten unterliegen, die quantitativ und qualitativ fassbar sind, so dass der Zufall in gewissem Rahmen als „kalkulierbar“ bezeichnet werden kann.

Das Lehrgebiet Stochastik bietet ausgezeichnete Möglichkeiten, die Kinder zum aktiv-entdecken- den Lernen anzuregen, denn im Mittelpunkt des Lösens von stochastischen Aufgaben steht ein vielfältiges Handeln der Kinder. Abwechslungs- reiche und spielerische Möglichkeiten wie Zeich- nen, Bauen, Probieren, Erzählen und Spielen werden für die Lösungsfindung genutzt. Die Auf- gaben können, wie oben dargestellt, aus der Er- fahrungswelt der Schülerinnen und Schüler stammen. Elemente der beschreibenden Statistik (Erfassen und Aufbereiten von Daten), kombina- torische Aufgaben und Wahrscheinlichkeitsrech- nung bilden vielfach eine Einheit und lassen sich gut mit traditionellen Inhalten des Mathematik- unterrichts verbinden.

Zum **Erfassen und Aufbereiten von Daten** wer- den die Kinder durch, für diese Altersgruppe ge- eignete Spiele, Experimente und Projekte ange- regte. Sie lernen dabei, genau zu beobachten und darüber zu reflektieren. Auch für Schülerinnen und Schüler der dritten und vierten Klasse ist es sehr wichtig, dass sie zunächst ihre Daten selbst erheben und selbst in geeigneter Weise statistisch festhalten. Dazu fertigen sie Strichlisten an, er- mitteln absolute Häufigkeiten und bereiten ihre Daten überwiegend durch das Zeichnen von Dia- grammen auf. Bereits in dieser Altersstufe sind Diskussionen über die gesammelten Daten und dabei sichtbar werdende Tendenzen möglich und sinnvoll.

Wenn in der dritten und vierten Klasse **kombina- torische Aufgaben** zu lösen sind, geschieht dies auch immer noch durch Probieren. Das bedeu- tet, dass die Kinder bereits durch Hantieren mit realen Objekten, also auf der enaktiven Ebene, zum Finden aller Lösungen gelangen können. Aber auch Arbeitsblätter mit bildlichen Darstel- lungen zum Sachverhalt oder vorgegebenen Tabellen sind geeignet, die Lösungen auf der iko- nischen Ebene zu finden. Zu beachten ist dabei, dass aus den bereitgestellten Hilfsmitteln nicht schon die Anzahl der Lösungen abzulesen ist.

Darüber hinaus wird der Begriff der **Wahr- scheinlichkeit** mithilfe der vorliegenden Kopier- vorlagen durch vielfältige Beispiele schrittweise

inhaltlich angereichert, ohne eine vollständige Begriffsklärung anzustreben. Zunächst geht es nur darum, den Schülerinnen und Schülern die Existenz eines zufälligen Ereignisses bewusst zu machen und die Wahrscheinlichkeit, mit der ein solches Ereignis eintritt, als **sicher, möglich** oder **unmöglich** einzuschätzen. Dadurch können sie zufällige Erscheinungen in ihrer Umwelt – wenn zunächst auch nur sehr grob – besser verstehen bzw. erfassen und dann ggf. entsprechend han- deln.

Mit der Erarbeitung der Bildungsstandards für das Fach Mathematik wurde die **Leitlinie „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“** stärker in den Blickpunkt gerückt:

„Die Leitlinie *Daten und Zufall* wurde, wie auch viele Studien belegen, bislang im Unterricht auf Grund einer unzureichenden Verankerung in den Lehrplänen und Curricula deutlich vernach- lässigt, was jetzt korrigiert werden soll.“¹

Das bedeutet, die Schülerinnen und Schüler bereits im Grundschulalter an elementare sto- chastische Denk- und Arbeitsweisen heranzufüh- ren, sie stochastische Vorgänge bewusst wahr- nehmen und beobachten zu lassen.

Mit diesem Buch möchten wir Ihnen Anre- gungen geben, wie Sie in Ihrer dritten und vierten Klasse der Leitlinie „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ gerecht werden kön- nen. Denn in der Grundschule bestehen viele Möglichkeiten,

- einzelne Aufgaben der Stochastik zur Ergänzung und Vertiefung der traditionellen mathematischen Inhalte zu nutzen und in die Thematik einzuführen;
- komplexere Aufgabenstellungen zu formu- lieren, um einen mathematischen Aspekt möglichst vielseitig zu betrachten;
- Problemstellungen fächerübergreifend und damit innerhalb eines größeren Zusammen- hangs anzugehen und in Form von Projekten zu bearbeiten.

So reichen auch die von uns gezeigten Beispiele von kleinen Aufgaben bis zu Projekten. Sie sind untergliedert in Aufgaben für einzelne Stunden- abschnitte bzw. einzelne Stunden, in komplexe Aufgaben und in Ideen zu Projekten. Dabei wird jedes Beispiel den Teilbereichen der Stochastik (Statistik, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit) zugeordnet und es werden didaktisch-metho- dische Hinweise für die Gestaltung des Unter- richts gegeben.

Die dargestellten Beispiele müssen nicht in der im Inhaltsverzeichnis vorgegebenen Reihenfolge bearbeitet werden, sondern sind vielmehr nach gewünschtem Umfang und Zusammenhang auszuwählen.

Viele dieser Vorschläge wurden mit Studierenden der Universität Potsdam in unterschiedlichen Klassen realisiert und auf ihre Durchführ-

barkeit überprüft. Beeindruckend waren für uns in jedem Fall die Begeisterung und die hohe Aktivität, mit der die Kinder zu Werke gingen. An dieser Stelle danken wir allen beteiligten Studentinnen, Studenten, den Schulkindern und den Lehrerinnen für ihr großes Engagement.

Gutes Gelingen wünschen Ihnen die Autorinnen